1. 수학의 본질

사교육은 크게 '입시수학'과 '창의수학'으로 나뉩니다.
수학의 본질을 알면 그것들이 모두 반쪽짜리일 수밖에 없고 정작 더 중요한 수학공부를 할 수 있는 시간을 앗아가는지 알 수 있습니다.

(1) 누구나 갖고 있는 수학 본능

수학본능이 무엇인지를 알아보고 우리 모두에게 있는 수학본능을 직접 확인해 봅니다.
또, 입시위주의 교육, 특히 사교육이 어떻게 '수학본능'을 오히려 없애는지 직접 체험해 봅니다.

(2) 수학은 정답이 아닌 과정의 연결이 중요한 학문

쇼펜하우어마저 오해했던 수학의 본질에 대해 얘기합니다.

(3) 수학은 자세히 보고 오래 보는 법을 배우는 것

수학은 기본적으로 모르는 것을 아는 것이 아니라 아는 것을 더 깊이 아는 것입니다.
최수일 선생님께서 틀린문제보다 맞은문제에 집중하라는 말씀과 양영기 선생님께서 예전에 배웠던 교과서를 다시 영역별로 묶어 공부시키는 것도 같은 맥락이라고 생각합니다.
수학개념들은 철저하게 계통발생적이기 때문에 학년이 올라가면서 수학개념은 항상 이전에 배웠던 것을 더 깊이 들어가는 체험이 있어야 합니다.

2.구체적 수학개념연결공부법

본질에 맞게 공부하면 수학공부는 과정의 연결에 집중하게 되고, 과정의 연결에 집중하면 수학공부는 내가 아는 것, 내가 가지고 있는 것에서 내가 모르는 것, 내가 가지지 못한 것을 찾아가는 연습이 됩니다.

(1) 개념이 바로 최고의 수학문제

입시위주 수학교육의 가장 큰 문제점은 수학역사상 가장 중요한 문제인 "개념"을 단지 문제풀이의 도구로만 사용한다는 점입니다.
이것은 입시수학이 개개인의 수학적사고력의 향상보다 수학적사고력의 측정과 테스트와 정답에만 초점이 맞춰져 나타난 오해입니다. 학생들은 필터링당하지 않기 위해 당장 예상문제, 적중문제를 찾게 되고 모든 출판사, 사교육업체는 사실상 개념에 비해 수학적으로 별 가치 없는 시험에 나올 예상문제개발에 모든 자본과 역량을 투자하고 홍보합니다. 그 결과 학생들의 수학공부시간은 대부분을 이것들을 소비하는데만 쓰입니다. 이 과정에서 수학개념자체가 역사상 가장 훌륭하고 중요한 문제라는 것이 잊혀지고 그것을 공부하는 방법은 사라졌습니다.

(2) 수학공부에 관한 오직 하나의 Rule

수학적 지식과 반대되는 지식은 권위적,관습적,조건반사적 지식입니다.
권위적,관습적,조건반사적지식이 반드시 나쁜 것이 아니고 수학적 지식도 때로는 그런식으로

가르쳐질 수 있습니다. 그러나 그것이 수학적이해인지 아닌지를 구별 하는 것은 아주 중요합니다. 구별방법은 아주 간단합니다.
개념A를 수학적으로 이해했다는 것은 개념A를 개념A가 아닌 다른 개념을 이용해 설명할 수 있다는 뜻입니다. 피타고라스정리는 피타고라스정리가 아닌 개념을 이용해 연결하여 이해해야 하며 중점연결정리는 중점연결정리가 아닌 다른 개념을 연결하여 이해해야 합니다.
이것을 구별할 줄 알면 입시수학에서 의외로 많은 수학적지식이 수학적 이해를 바탕으로 하지 않음에 놀랄 것입니다.
이것을 이것이 아닌 것과 연결하여 이해하는 것 !!!
이 하나의 규칙, 이 하나의 태도만 습관화 시킨다면 공부를 할수록 학년이 올라갈수록 연결하는 힘이 커져 스스로 해결할 수 있는 문제가 늘어납니다.
대부분 이 Rule을 지키지 않아 학년이 올라갈수록 수학이 어렵게 느껴지고 점점 힘들어지고 삶에서는 작동하지 않아 오로지 시험에만 필요할 뿐인 과목이 되는 것입니다.

눈이 눈을 볼 수 없듯

삼각형의 넓이로 삼각형의 넓이를 설명할 수 없다.

거울로 눈을 보듯

평행사변형의 넓이로 삼각형의 넓이를 설명할 수 있다.

우리 사는 지구에서 우리 사는 지구의 모양을 볼 수 없듯

피타고라스정리로 피타고라스정리를 설명할 수 없다.

달에 비친 지구의 그림자로 우리 사는 곳의 모양을 보듯

삼각형의 넓이로 피타고라스정리를 설명할 수 있다.

수학은 항상 이것을 이것이 아닌 것으로 설명하려 한다.

이것이 수학이라는 게임에 적용되는 단 하나의 Rule이다.

(3) 3개의 능력을 얻는 개념연결공부법
교과서개념을 본질대로 공부하면 왜 **<과정을 연결하여 설명할 수 있는 능력>, <과정을 생략하는 법을 만드는 능력>, <과정을 생략하는 법>**을 키워지는지 구체적으로 설명합니다.

입시수학은 수많은 문제들을 정답에 가두는 연습만 시킨다.

그러나 수학은 오히려 정답에서 다른 문제들을 만드는 것이다.

수학하는 사람의 머리엔

정답에 갇히지 않은 싱싱한 문제들이

언제나 팔딱거린다.

(4) 프리젠테이션, 하브루타, 디베이트
피타고라스정리를 설명하는 방법만 해도 600가지가 넘기 때문에 수학개념은 그 자체가 훌륭한 토론의 주제가 될 수 있습니다.
부모님과 함께 개념을 공부하는 법, 친구들과 하브루타나 디베이틀로 개념을 공부하는 구체적인 방법을 말씀드리겠습니다.

3. 개념연결공부법의 장점

(1) 학년이 올라갈수록 수학의 재미에 빠져든다.
개념을 연결해 공부하는 학생은 마치 잘 짜여진 흥미로운 영화가 뒤로 갈수록 재미있듯이 학년이 올라갈수록 수학에 대한 재미를 느낄 수 있습니다.

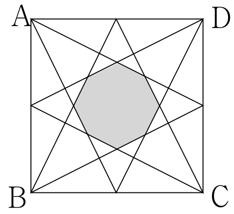
(2) 삶에서 작동하는 연결능력
창의력이 요구되는 인간의 모든 지적인 행위는 한 가지 공통점이 있습니다.
수학, 과학뿐만 아니라 문학, 미술, 음악, 광고, 역사, 철학등에 숨어있는 연결들에 대해 설명합니다.

4. 실제사례

개념연결학습법의 효과를 실제사례를 들어 설명합니다.

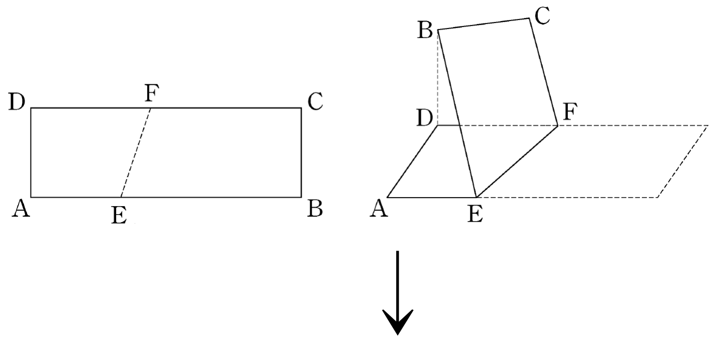
1. 범죄가 발생한 지점을 중심으로 하여 정사각형 모양이 되도록 네 꼭짓점 A, B, C, D 를 설정한 후, 다음과 같은 방법으로 수사망을 좁혀서 범인을 검거하려고 한다.

(가) 정사각형 ABCD의 대각선의 교점이 범죄가 발생한 지점이다. (나) 각 꼭짓점에서 그 꼭짓점과 이웃하지 않는 두 변의 중점을 각각 선분으로 연결한다. (다) 각 꼭짓점과 변의 중점을 연결한 선분에 의해 둘러싸인 영역을 새로운 수사망으로 한다.



정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 2 km일 때, 새로운 수사망의 넓이는?

2. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=9$, $\overline{\mathrm{AD}}=3$인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AB 위의 점 E와 선분 DC 위의 점 F를 연결하는 선을 접는 선으로 하여, 점 B의 평면 AEFD 위로의 정사영이 점 D가 되도록 종이를 접었다. $\overline{\mathrm{AE}}=3$일 때, 두 평면 AEFD와 EFCB가 이루는 각의 크기가 θ이다. $60\cos\theta$의 값을 구하시오.



<중2문제로 변형>

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=9$, $\overline{\mathrm{AD}}=3$인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AB 위의 점 E와 선분 DC 위의 점 F를 연결하는 $\overline{EF}$가 $\overline{DB}$와 서로 수직이고 점 G에서 만난다.

$\overline{\mathrm{AE}}=3$일 때, $60\times\dfrac{\overline{DG}}{\overline{BG}}$의 값을 구하여라.

아주 특별한 3가지 능력을 얻는

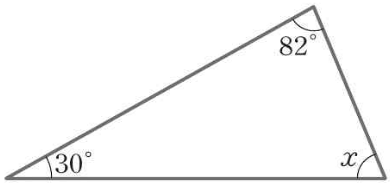
교과서개념연결

1. <중1>

서술과정에서 꼭 넣어야 할 개념 (1) 평행한 두 직선과 한 직선이 만날 때 엇각이 같다.

step1 〈과정을 연결해 설명하는 능력〉 – 조건파악능력, 창의력, 문제해결력, 소통능력, 배려심

오른쪽 그림에서 각 x를 구하여라.

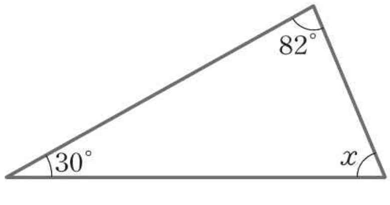


step2 〈과정을 생략하는 법을 만드는 능력〉 – 시스템구축, 일반화, 과정단축, 인내심, 메타인지

삼각형의 세 각의 합이 항상 180°임을 보여라.

step3 〈과정을 생략법을 이용하는 법〉 – 관점이동, 유연성, 효율성

오른쪽 그림에서 각 x를 구하여라.



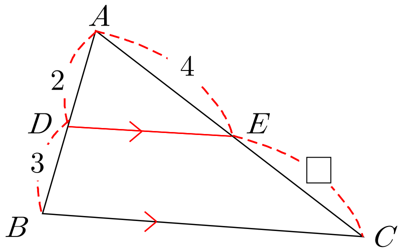
2. <중2>

서술과정에서 꼭 넣어야 할 개념
(1) 삼각형의 넓이
(2) $a:b=c:d$이면 $ad=bc$

step1 〈과정을 연결해 설명하는 능력〉 – 조건파악능력, 창의력, 문제해결력, 소통능력, 배려심

오른쪽 삼각형에서 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$가 평행할 때

$\overline{EC}$의 길이를 구하여라.

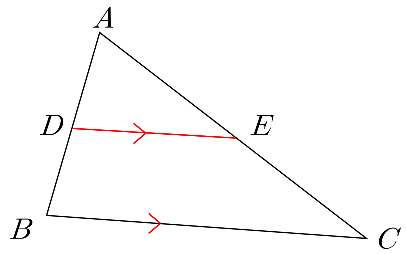


step2 〈과정을 생략하는 법을 만드는 능력〉 – 시스템구축, 일반화, 과정단축, 인내심, 메타인지

(2) 오른쪽 삼각형에서 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$가 평행하고

$\overline{AD}:\overline{DC}=m:n$일 때 $\overline{AE}:\overline{EC}$ 의 비도

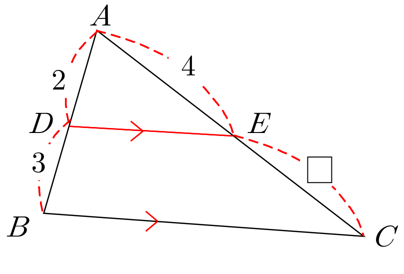
$m:n$임을 보여라.



step3 〈과정을 생략법을 이용하는 법〉 – 관점이동, 유연성, 효율성

오른쪽 삼각형에서 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$가 평행할 때

$\overline{EC}$의 길이를 구하여라.

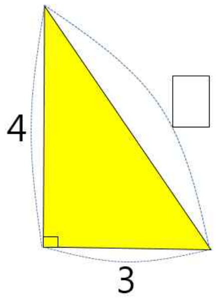


3. <중3>

서술과정에서 꼭 넣어야 할 개념
(1) 삼각형의 넓이 (2) ASA합동

step1 〈과정을 연결해 설명하는 능력〉 – 조건파악능력, 창의력, 문제해결력, 소통능력, 배려심

오른쪽 그림과 같이 직각삼각형의 밑변과 높이가 각각 3과 4일 때 빗변의 길이를 구하여라.

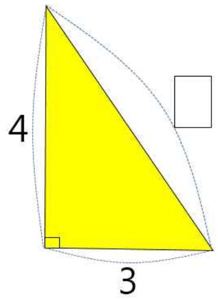


step2 〈과정을 생략하는 법을 만드는 능력〉 – 시스템구축, 일반화, 과정단축, 인내심, 메타인지

직각삼각형의 세 변 사이의 길이에 대한 관계식을 구하여라.

step3 〈과정을 생략법을 이용하는 법〉 – 관점이동, 유연성, 효율성

오른쪽 그림과 같이 직각삼각형의 밑변과 높이가 각각 3과 4일 때 빗변의 길이를 구하여라.



4. <고1>

서술과정에서 꼭 넣어야 할 개념
(1) 피타고라스 정리
(2) 기울기의 정의
(3) AA 닮음

step1 〈과정을 연결해 설명하는 능력〉 – 조건파악능력, 창의력, 문제해결력, 소통능력, 배려심

직선 $3x-4y+8=0$과 점(2, 1)사이의 거리를 구하여라.

step2 〈과정을 생략하는 법을 만드는 능력〉 – 시스템구축, 일반화, 과정단축, 인내심, 메타인지

직선 $ax+by+c=0$와 점 (p,q)사이의 거리를 구하여라.

step3 〈과정을 생략법을 이용하는 법〉 – 관점이동, 유연성, 효율성

직선 $3x-4y+8=0$과 점(2, 1)사이의 거리를 구하여라.